

### 1.3 Bevölkerungswachstum

Titel	V2 – 1-Z1 Bevölkerungswachstum
Version	Dezember 2010
Themenbereich	Vorbereitung des Änderungsbegriffes
Themen	Durchschnittliche Wachstumsraten
Rolle des CAS	Zeichnen von Punkt-Graphen Berechnungen mit der Tabellenkalkulation
Methoden	Übungsaufgabe.
Hinweise	Die Aufgabenstellung ist bewusst offen gehalten worden, d.h., es ist keine Modellierungsfunktion angegeben worden. Man könnte aber in Abhängigkeit von der Lerngruppe durchaus im Aufgabenteil d) das lineare und das exponentielle Wachstum zur Beschreibung der Bevölkerungsentwicklung vorgeben.
Quelle	Die Daten stammen vom Statistischem Bundesamt Deutschland ( <a href="http://www.destatis.de">http://www.destatis.de</a> ) Stand 27. 12. 2010.  Tabelle <i>Bevölkerungsstand</i> <a href="http://www.destatis.de/jetspeed/portal/cms/Sites/destatis/Internet/DE/Cotent/Statistiken/Zeitreihen/LangeReihen/Bevoelkerung/Content75/Irbev03a,templateId=renderPrint.psml">http://www.destatis.de/jetspeed/portal/cms/Sites/destatis/Internet/DE/Cotent/Statistiken/Zeitreihen/LangeReihen/Bevoelkerung/Content75/Irbev03a,templateId=renderPrint.psml</a>  Tabelle <i>Bevölkerungsvorausberechnung</i> <a href="http://www.destatis.de/jetspeed/portal/cms/Sites/destatis/Internet/DE/Cotent/Statistiken/Bevoelkerung/VorausberechnungBevoelkerung/Tablen/Content50/Bevoelkerungsvorausberechnung,templateId=renderPrint.psml">http://www.destatis.de/jetspeed/portal/cms/Sites/destatis/Internet/DE/Cotent/Statistiken/Bevoelkerung/VorausberechnungBevoelkerung/Tablen/Content50/Bevoelkerungsvorausberechnung,templateId=renderPrint.psml</a>
Zeitlicher Rahmen	1 Stunde oder Hausaufgabe

## V2 Von der mittleren zur lokalen Änderung

Die folgenden Daten sind den Tabellen *Bevölkerungsstand* und *Bevölkerungsvorausberechnung* des Statistischen Bundesamtes (<http://www.destatis.de>) entnommen. Sie geben die Bevölkerungsentwicklung in der Vergangenheit und geben Prognosen für die Zukunft von Deutschland wider<sup>1</sup>.

Jahr	1950	1970	1987	1992	1995	2000	2020	2040	2060
Bevölkerung (in Mio.)	69,3	78,1	78,0	81,0	81,8	82,3	80,4	73,8	64,7

- a. Stellen Sie die Bevölkerungsentwicklung von Deutschland zwischen 1950 und 2060 anhand der gegebenen Daten so gut wie möglich auf Ihrem CAS grafisch dar und übertragen Sie die Grafik als aussagekräftige Skizze in Ihre Unterlagen.  
Begründen Sie, dass es nicht sinnvoll ist, die eingezeichneten Punkte durch Strecken zu verbinden.  
Was müssen Sie über die Bevölkerungsentwicklung wissen, damit eine Verbindung mit Strecken einigermaßen sinnvoll ist.
- b. Geben Sie an,
  - um welche Anzahl von Personen sich die Bevölkerung in den angegebenen Zeitspannen verändert hat,  
(auch wenn Sie die Zahlen schnell im Kopf ausrechnen können, so benutzen Sie bitte zur Übung den Tabellenkalkulationsmodul Ihres ClassPad.)
  - in welchem Zeitraum die Bevölkerungszahl gesunken ist bzw. entsprechend der Prognose sinken wird.
- c. Bestimmen Sie, in welcher der in der Tabelle angegebenen Zeitspannen sich die Bevölkerungszahl am stärksten verändert hat.  
Erläutern Sie, woran man das bei der grafischen Darstellung sieht.
- d. Geben Sie eine Schätzung für die Bevölkerungszahl des Jahres 1960 an.  
Benutzen Sie mindestens zwei unterschiedliche Funktionen zur Beschreibung der Bevölkerungsentwicklung und entscheiden Sie sich für die Ihrer Meinung nach beste Lösung.
- e. Nehmen Sie zu den folgenden Aussagen begründet Stellung:
  - Zwischen 1950 und 2000 wuchs die Bevölkerung im Durchschnitt um 0,26 Mio. Einwohner pro Jahr.
  - In keinem Jahr wuchs die Bevölkerung um mehr als 0,6 Mio. Einwohner.
  - 1980 hat die Bevölkerung abgenommen.
  - Eine gute Schätzung der Bevölkerungszahl für das Jahr 2015 ist 80,9 Mio.
- f. Formulieren Sie eigene Aussagen – lassen Sie den Wahrheitsgehalt durch Ihre Nachbarin bzw. Ihren Nachbarn überprüfen.

<sup>1</sup>Das Statistische Bundesamt gibt mehrere Varianten der Vorausberechnung an. Dieses ist die Variante mit der geringsten Bevölkerungsanzahl in der Zukunft..

## V2 Von der mittleren zur lokalen Änderung

a.		<p>Eine Verbindung der Punkte ist nicht sinnvoll, da aufgrund der Grafik nicht davon ausgegangen werden kann, dass sich die Bevölkerungsanzahl (in den Zeitspannen) linear entwickelt.</p> <p>Sind die Zeitspannen allerdings sehr klein, z. B. ein Jahr, dann geben die Verbindungslinien annähernd die wirklichen Werte wieder.</p>																																								
b.	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Jahr</th> <th>Anzahl</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1950</td><td>69.3</td></tr> <tr><td>1970</td><td>78.1</td></tr> <tr><td>1987</td><td>78</td></tr> <tr><td>1992</td><td>81</td></tr> <tr><td>1995</td><td>81.8</td></tr> <tr><td>2000</td><td>82.3</td></tr> <tr><td>2020</td><td>80.4</td></tr> <tr><td>2040</td><td>73.8</td></tr> <tr><td>2060</td><td>64.7</td></tr> </tbody> </table>	Jahr	Anzahl	1950	69.3	1970	78.1	1987	78	1992	81	1995	81.8	2000	82.3	2020	80.4	2040	73.8	2060	64.7	<p>Der Screenshot gibt die Anzahlen in Millionen wieder. In den Zeitspannen 1970 – 1987, 2020 – 2040 und 2040 – 2060 ist die Bevölkerungsanzahl gesunken bzw. wird entsprechend der Prognose sinken.</p>																				
Jahr	Anzahl																																									
1950	69.3																																									
1970	78.1																																									
1987	78																																									
1992	81																																									
1995	81.8																																									
2000	82.3																																									
2020	80.4																																									
2040	73.8																																									
2060	64.7																																									
c.	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Jahr</th> <th>Anzahl</th> <th>C</th> <th>D</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1950</td><td>69.3</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>1970</td><td>78.1</td><td>8.8</td><td>0.44</td></tr> <tr><td>1987</td><td>78</td><td>-0.1</td><td>-5.9E-3</td></tr> <tr><td>1992</td><td>81</td><td>3</td><td>0.6</td></tr> <tr><td>1995</td><td>81.8</td><td>0.8</td><td>0.26667</td></tr> <tr><td>2000</td><td>82.3</td><td>0.5</td><td>0.1</td></tr> <tr><td>2020</td><td>80.4</td><td>-1.9</td><td>-0.095</td></tr> <tr><td>2040</td><td>73.8</td><td>-6.6</td><td>-0.33</td></tr> <tr><td>2060</td><td>64.7</td><td>-9.1</td><td>-0.455</td></tr> </tbody> </table>	Jahr	Anzahl	C	D	1950	69.3			1970	78.1	8.8	0.44	1987	78	-0.1	-5.9E-3	1992	81	3	0.6	1995	81.8	0.8	0.26667	2000	82.3	0.5	0.1	2020	80.4	-1.9	-0.095	2040	73.8	-6.6	-0.33	2060	64.7	-9.1	-0.455	<p>Der Aufgabentext ist bewusst etwas offen gehalten. Ein Vergleich der durchschnittlichen Veränderung pro Jahr ist eine sinnvolle Größe. Das sollen die Schülerinnen und Schüler erkennen.</p> <p>Der Tabelle kann man entnehmen, dass in der Zeitspanne von 1987 – 1992 die durchschnittliche jährliche Veränderung der Bevölkerungsanzahl am größten ist.</p> <p>In diesem Aufgabenteil werden nur durchschnittliche Veränderungen betrachtet. Deshalb ist es auch sinnvoll, die Verbindungsstrecken zu benutzen bzw. einzuzeichnen. Die steilste Verbindungsstrecke gibt die stärkste durchschnittliche Veränderung pro Jahr wieder.</p>
Jahr	Anzahl	C	D																																							
1950	69.3																																									
1970	78.1	8.8	0.44																																							
1987	78	-0.1	-5.9E-3																																							
1992	81	3	0.6																																							
1995	81.8	0.8	0.26667																																							
2000	82.3	0.5	0.1																																							
2020	80.4	-1.9	-0.095																																							
2040	73.8	-6.6	-0.33																																							
2060	64.7	-9.1	-0.455																																							
d.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Wenn man annimmt, dass sich die Bevölkerung in diesem Zeitraum linear entwickelt, so erhält man <math>69,3 + 10 \cdot 0,44 = 73,7</math>.</li> <li>• Nimmt man an, dass sich die Bevölkerung exponentiell entwickelt, so erhält man mit</li> </ul>																																									

## V2 Von der mittleren zur lokalen Änderung

dem Ansatz  $f(t) := a \cdot b^t$  je nach Gleichungssystem minimal unterschiedliche Ergebnisse.

```

Edit Aktion Interaktiv
0,5 1 2
f(x) f(x)
Simp
f(x)
define b(x)=a*w^x
done
{b(1950)=69.3 |
b(1970)=78.1 | a, w
{{a=6.008247387E-4, w=-1.005995157}, {a=6.008247387E-4, w=1.005995157}}
b(x) | {a=6.008247387E-4, w=-1.005995157}
6.008247387E-4*(-1.005995157)^x
' Zweiter Ansatz
done
{b(0)=69.3 |
b(20)=78.1 | a, w
{{a=69.3, w=-1.005995157}, {a=69.3, w=1.005995157}}
b(x) | {a=69.3, w=1.005995157}
69.3*1.005995157^x
69.3*1.005995157^x | x=10
73.56853949
' Die Rechengenauigkeit macht sich bemerkbar
Algeb Standard Reell 2π
  
```

e.

- Die Aussage ist richtig:  $\frac{82,3 - 69,3}{50} = 0,26$ .
- Diese Aussage ist nicht entscheidbar. Es können nur Aussagen für die in der Tabelle angegebenen Zeiträume gemacht werden und nicht für den viel kleineren Zeitraum von einem Jahr. Da der Wert 0,6 Millionen Einwohner pro Jahr ein Durchschnittswert ist, liegt allerdings die Vermutung nahe, dass der Durchschnittswert mal über- und mal unterschritten wird.
- Auch diese Aussage ist nicht entscheidbar, denn es liegen keine Daten für 1980 vor.
- Diese Aussage ist richtig.  
Unter der Annahme des linearen Wachstums erhält man:  
 $82,3 + 15 \cdot \frac{80,4 - 82,3}{20} = 80,875$ .

## V2 Von der mittleren zur lokalen Änderung

- Entsprechend folgt für den exponentiellen Ansatz:

$$\begin{cases} b(0)=82.3 \\ b(20)=80.4 \end{cases} \Big|_{a, w} \quad \{ \{a=82.3, w=-0.9988328351\}, \{a=82.3, w=0.9988328351\} \}$$
$$b(x) \Big|_{\{a=82.3, w=0.9988328351\}} \quad 82.3 \cdot 0.9988328351^x$$
$$82.3 \cdot 0.9988328351^x \Big|_{x=15} \quad 80.87084769$$

Algeb Standard Reell 2π

f. Keine allgemeine Lösung.